

УДК 528.063.1+551.24

Институт прикладной астрономии РАН  
Кандидат физ.-мат. наук *Н. А. Панафидина*  
Доктор физ.-мат. наук *З. М. Малкин*

## **КОМБИНИРОВАННОЕ РЕШЕНИЕ ДЛЯ КООРДИНАТ СТАНЦИЙ ЕВРОПЕЙСКОЙ GPS-СЕТИ**

### ***1. Введение***

Европейская GPS-сеть EPN (European Permanent GPS Network) — это сеть постоянно наблюдающих GPS-станций, организованная преимущественно для реализации европейской системы координат ETRS89. Сеть EPN координируется подкомиссией EUREF Международной ассоциации геодезии (IAG). Она также является региональным уплотнением глобальной сети станций Международной GNSS-службы (IGS). В настоящее время сеть EPN включает более 180 активных станций. GPS-наблюдения, ведущиеся на этой сети с 1996 г., представляют собой богатый и уникальный материал для геодинамических исследований в европейском регионе.

Станции сети EPN условно разделены на несколько подсетей таким образом, что каждая GPS-станция присутствует как минимум в трех подсетях. Наблюдения с каждой подсети обрабатываются одним центром анализа. В настоящее время работают 16 центров анализа. Сводные недельные решения для координат станций (так называемые «ITRS time series») являются одним из официальных продуктов, предоставляемых Центральным бюро EPN (<http://epncb.oma.be>). Это официальное решение EUREF для координат станций является результатом комбинации отдельных (индивидуальных) решений 16 центров анализа с последующим приведением в систему ITRF (Международная земная система координат) [1]. Оно представляется для открытого использования в формате SINEX (Solution Independent Exchange format).

Существует два основных метода получения координат станций региональных сетей (таких как европейская сеть EUREF) в системе ITRF:

1. Наложение априорных ограничений на координаты некоторого набора опорных станций, т.е. приравнивание, с некоторой небольшой дисперсией, координат опорных станций к их значениям в каталоге ITRF;

2. Использование преобразования Гельмерта; этот метод также называют методом минимальных ограничений [2].

До GPS-недели 1302 (декабрь 2004 г.) официальное решение EUREF вычислялось с использованием первого подхода, затем с применением второго. К сожалению, это решение EUREF не пригодно для геодинамических исследований, так как использование при обработке опорных станций и последовательные смены реализаций ITRF приводят к скачкам в координатах и могут вызывать искажения координат всех станций сети. Кроме того, офици-

альное решение EUREF не содержит информации об изменениях координат опорных станций.

Центральное бюро EPN вычисляет также другое решение, полученное из переработки официальных недельных решений с наложением минимальных ограничений (так называемые «Cleaned Time Series») в рамках специального проекта «Time Series Monitoring» [3]. Это решение пригодно для геодинимических исследований, но, к сожалению, оно доступно только в виде графиков, а не в SINEX-формате.

Таким образом, основной целью данной работы является получение однородных рядов координат станций европейской GPS-сети для последующих геодинимических исследований. Комбинация производилась в три шага: сначала из каждого отдельного решения удалялись ограничения на координаты станций, для чего использовалась информация, имеющаяся в SINEX-файлах. Затем полученные «свободные» решения приводились к ITRF2000 [1] при помощи преобразования Гельмерта с 7 параметрами. Затем все отдельные решения для каждой GPS-недели комбинировались при помощи последовательного метода наименьших квадратов (МНК). Были обработаны данные за GPS-недели 900–1355 (1997–2005 гг.)

## ***2. Метод получения комбинированного решения***

### ***2.1. Удаление априорных ограничений***

Большинство центров анализа предоставляют решения с жесткими ограничениями, т.е. координаты одной или нескольких опорных станций практически фиксируются к значениям, данным в ITRF с априорной ошибкой в доли мм. Перед комбинацией таких решений эти априорные ограничения должны быть удалены.

Решение с ограничениями может быть представлено как комбинация двух решений: априорного решения и свободного решения. Комбинацию двух решений можно записать в виде [4]:

$$\hat{\beta}_c = \hat{\beta}_1 + \Sigma_1(\Sigma_1 + \Sigma_2)^{-1}(\hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_1), \quad (1)$$

$$\Sigma_c = \Sigma_1 - \Sigma_1(\Sigma_1 + \Sigma_2)^{-1}\Sigma_1, \quad (2)$$

где  $\hat{\beta}_c$  и  $\Sigma_c$  — комбинированное решение и обратная матрица нормальной системы (ковариационная матрица, масштабированная с использованием ошибки единицы веса),  $\hat{\beta}_1$ ,  $\hat{\beta}_2$ ,  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$  — отдельные (комбинируемые) решения и соответствующие матрицы нормальных систем. Для удаления априорных ограничений можно рассматривать  $\hat{\beta}_c$  и  $\Sigma_c$  как решение с ограничениями и матрицу нормальной системы, приведенные в SINEX-блоках SOLUTION/ESTIMATE и SOLUTION/MATRIX\_ESTIMATE. В качестве одного из комбинируемых решений и матрицы нормальной системы можно взять апри-

орное решение ( $\hat{\beta}_1 = \hat{\beta}_{\text{apr}}$ ) и априорную матрицу ( $\Sigma_1 = \Sigma_{\text{apr}}$ ) из SINEX-блоков SOLUTION/APRIORI и SOLUTION/MATRIX\_APRIORI. Вторым комбинируемым решением будет свободное решение, которое мы хотим вычислить ( $\hat{\beta}_2 = \hat{\beta}_{\text{free}}$ ,  $\Sigma_2 = \Sigma_{\text{free}}$ ). Тогда можно вывести  $\hat{\beta}_{\text{free}}$  из уравнений (1) и (2) как комбинацию  $\hat{\beta}_c$  и  $\hat{\beta}_{\text{apr}}$  [4]:

$$\hat{\beta}_{\text{free}} = \hat{\beta}_{\text{apr}} + \Sigma_{\text{apr}} (\Sigma_{\text{apr}} - \Sigma_c)^{-1} (\hat{\beta}_c - \hat{\beta}_{\text{apr}}), \quad (3)$$

$$\Sigma_{\text{free}} = (\Sigma_c^{-1} - \Sigma_{\text{apr}}^{-1})^{-1}. \quad (4)$$

## 2.2. Приведение к ITRF2000

После удаления априорных ограничений на координаты станций, решения отдельных центров анализа оказываются выраженными в произвольной системе координат. Например, начало координат индивидуального решения может быть сдвинуто относительно ITRF на несколько дециметров. Поэтому перед получением комбинированного решения все отдельные решения должны быть приведены в общую систему координат для исключения систематических разностей между ними. Это может быть сделано двумя способами:

1) Приведение каждого индивидуального решения к ITRF2000 при помощи преобразования Гельмерта до комбинации;

2) Вычисление параметров Гельмерта и приведение каждого индивидуального решения в систему комбинированного решения одновременно с вычислением самого комбинированного решения (так называемый метод минимальных ограничений [2]).

В данной работе был использован первый подход. После удаления априорных ограничений полученные «свободные» решения отдельных центров анализа были приведены к ITRF2000 при помощи преобразования Гельмерта с 7 параметрами. В качестве опорного мы использовали каталог координат и скоростей GPS-станций, входящих в ITRF2000. На первом этапе для вычисления параметров перехода были использованы все общие для ITRF2000 и каждого отдельного решения станции с весами, зависящими от ошибок координат. Координаты станций, данные в ITRF2000, и их ошибки приводились на эпоху каждой GPS-недели при помощи скоростей станций и их ошибок из каталога. Станции, для которых разница координат между приведенным индивидуальным решением и ITRF2000 превосходила 3 см, исключались, и параметры перехода вычислялись заново без этих станций.

Однако комбинированное решение, полученное таким образом, показало значительные систематические сдвиги относительно ITRF2000. Это было вызвано тем, что использование нестабильных станций для вычисления параметров трансформации не позволяет надежно привести решение к ITRF2000. Поэтому некоторые станции с ненадежным поведением (для их выделения были проанализированы ряды координат станций, а также использована ин-

формация из [5]), и станции, координаты и скорости которых не были определены в ITRF2000 с достаточной точностью, далее не использовались для вычисления параметров трансформации. Таким образом были исключены 18 станций: ANKR, ACOR, TRAB, VENE, UNPG, MOPI, MADR, BZRG, HERS, DRAG, BUCU, ESCO, HOFN, SBGZ, TERS, AJAC, CREU, EIJS. После их исключения в сети EUREF остались 62 общие с ITRF2000 станции, которые использовались для окончательного приведения свободных решений к ITRF2000. На рис. 1 показано расположение этих станций.

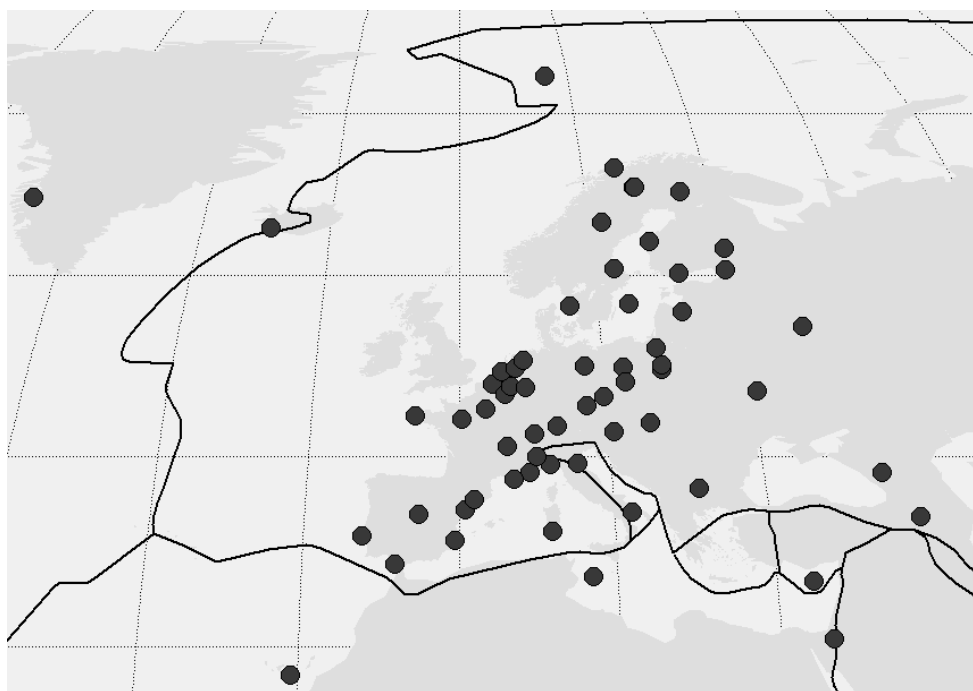


Рис. 1. Станции сети EUREF, использовавшиеся для приведения к ITRF2000.

#### 2.4. Вычисление комбинированного решения

Рассмотрим задачу комбинации индивидуальных решений в общем виде с использованием последовательного МНК. По нескольким независимым сериям наблюдений  $y_i$  можно получить индивидуальные оценки  $\hat{\beta}_i$  общего вектора неизвестных параметров  $\beta$ . Уравнение наблюдений для каждой серии записывается в виде:

$$y_i + e_i = X_i \beta_i, \quad D(y_i) = \sigma_i^2 P_i^{-1}, \quad (5)$$

где здесь и далее обозначено:  $y_i$  — вектор наблюдений размерностью  $n_i$ ,  $e_i$  — вектор невязок с  $E(e_i) = 0$ ,  $D(e_i) = D(y_i) = \sigma_i^2 P_i^{-1}$ ,  $X_i$  —  $n_i \times u_i$  матрица частных производных полного ранга,  $\beta_i$  — вектор неизвестных параметров размерностью  $u_i$ ,  $n_i$  — количество наблюдений,  $u_i$  — количество неизвестных,  $P_i$  —  $n_i \times n_i$  положительно определенная весовая матрица,  $\sigma_i$  — ошибка единицы веса. Каждая серия наблюдений позволяет получить оценку вектора неизвест-

ных параметров по методу наименьших квадратов из решения системы нормальных уравнений вида:

$$\mathbf{X}'_i \mathbf{P}_i \mathbf{X}_i \hat{\boldsymbol{\beta}}_i = \mathbf{X}'_i \mathbf{P}_i \mathbf{y}_i. \quad (6)$$

Из решения этой системы получаем оценки:

вектора параметров  $\boldsymbol{\beta}$ :  $\hat{\boldsymbol{\beta}}_i = (\mathbf{X}'_i \mathbf{P}_i \mathbf{X}_i)^{-1} \mathbf{X}'_i \mathbf{P}_i \mathbf{y}_i.$

ковариационной матрицы:  $D(\hat{\boldsymbol{\beta}}_i) = \hat{\sigma}_i^2 (\mathbf{X}'_i \mathbf{P}_i \mathbf{X}_i)^{-1}.$

ошибки единицы веса:  $\hat{\sigma}_i^2 = (\mathbf{y}'_i \mathbf{P}_i \mathbf{y}_i - \mathbf{y}'_i \mathbf{P}_i \mathbf{X}_i \hat{\boldsymbol{\beta}}_i) / (n_i - u_i).$

По нескольким индивидуальным оценкам  $\hat{\boldsymbol{\beta}}_i$  общего вектора неизвестных параметров  $\boldsymbol{\beta}$  можно вычислить комбинированное решение  $\hat{\boldsymbol{\beta}}_c$ . Для этого индивидуальные оценки  $\hat{\boldsymbol{\beta}}_i$  и  $\Sigma_i$  используются как псевдо-наблюдения с соответствующей ковариационной матрицей в качестве весовой матрицы. Тогда комбинированное решение получается из решения системы

$$\left( \sum_{i=1}^m \mathbf{X}'_i \mathbf{P}_i \mathbf{X}_i \right) \hat{\boldsymbol{\beta}}_c = \sum_{i=1}^m \mathbf{X}'_i \mathbf{P}_i \mathbf{y}_i, \quad (7)$$

где  $m$  – число индивидуальных оценок.

Оценка единицы веса для комбинированного решения может быть вычислена по формуле [4]:

$$\hat{\sigma}_c^2 = \left( \sum_{i=1}^m \hat{\sigma}_i^2 \cdot \mathbf{f}_i + \sum_{i=1}^m (\hat{\boldsymbol{\beta}}_c - \hat{\boldsymbol{\beta}}_i)' \mathbf{X}'_i \mathbf{P}_i \mathbf{X}_i (\hat{\boldsymbol{\beta}}_c - \hat{\boldsymbol{\beta}}_i) \right) / \mathbf{f}_c \quad (8)$$

где  $\mathbf{f}_i = \mathbf{n}_i - \mathbf{u}_i$  — избыточность для индивидуального решения  $i$ ,

$\mathbf{f}_c = \mathbf{n}_c - \mathbf{u}_c$  — избыточность комбинированного решения,

$\mathbf{n}_c = \sum_{i=1}^m \mathbf{n}_i$  — общее число наблюдений,

$\mathbf{u}_c$  — общее число неизвестных.

Для удаления выбросов вычислялись разности координат станций между комбинированным решением и каждым индивидуальным решением для данной GPS-недели, после чего вычислялась дисперсия полученного ряда разностей координат  $\sigma^2$ . Станция исключалась из индивидуального решения, если разность координат хотя бы по одной компоненте превосходила  $3\sigma$ .

### 3. Сравнение с официальными решениями EUREF

Для каждой GPS-недели с 900 по 1355 (1997–2005 гг.) было вычислено комбинированное решение по методу, описанному выше. Для сравнения по-

лученного решения с официальным комбинированным решением EUREF были получены ряды параметров перехода от этих двух решений в ITRF2000 (параметров трансформации Гельмерта). На рис. 2 показаны ряды параметров трансформации от официальных недельных решений EUREF и от новых комбинированных недельных решений к ITRF2000. Для лучшей наглядности и удобства сравнения значения параметров поворота и масштаба умножены на радиус Земли и выражены таким образом в см. Для вычисления параметров трансформации, представленных на рис. 2, использовались все общие для данного решения и ITRF2000 станции, за исключением 18 нестабильных, перечисленных выше.

Скачок в рядах трансформации от официального недельного решения в ITRF2000 на GPS-неделе 1143 (рис. 2) соответствует переходу от ITRF97 к ITRF2000, так как официальные комбинированные решения выражены в соответствующей каждой GPS-неделе реализации ITRF. Ряд изменения масштаба при переходе от официального недельного решения EUREF к ITRF2000 показывает скачок около 2.5 ppb (~1.5 см) на неделе 1143, а также заметные сезонные вариации, которые могут быть вызваны процедурой обработки, при которой координаты некоторого набора станций фиксируются. Полученный из анализа официальных решений EUREF скачок масштаба превышает теоретическую величину, которая может быть оценена следующим образом. В соответствии с официальными данными о параметрах перехода между системами ITRF97 и ITRF2000 (<ftp://lareg.ensg.ign.fr/pub/itrf/ITRF.TP>), смена версии ITRF на неделе 1143 должна была вызвать скачок в масштабе около 1.6 ppb: разница в масштабах между ITRF97 и ITRF2000 около 1.55 ppb, изменение масштаба к неделе 1143 около 0.04 ppb.

Данные рис. 2 показывают существенно лучшую стабильность нашего решения. Некоторые небольшие систематические эффекты, могут быть объяснены влиянием нестабильности станций, использовавшихся для приведения индивидуальных решений отдельных центров анализа в ITRF2000. Как было указано выше, некоторый набор явно нестабильных станций не использовался для вычисления параметров трансформации, однако большинство остальных станций сети EUREF также имеют скачки в координатах. Также влияние неточности координат и скоростей станций, приведенных в ITRF2000, становится заметнее со временем.

В то же время количество общих для сети EUREF и ITRF2000 станций возросло до GPS-недели 1030, после чего оно оставалось практически постоянным, как видно из рис. 3. Таким образом, степень привязки решения к ITRF2000 должна оставаться постоянной после GPS-недели 1030, а формальные ошибки определения параметров трансформации должны возрасти к концу ряда. В случайном отношении наше решение оказывается сопоставимым с официальным для большинства станций сети. Для примера, в табл. 1 представлена вариация Аллана для координат российских станций (в местной системе координат), официальное решение EUREF обозначено как «Е», наше решение как «С».

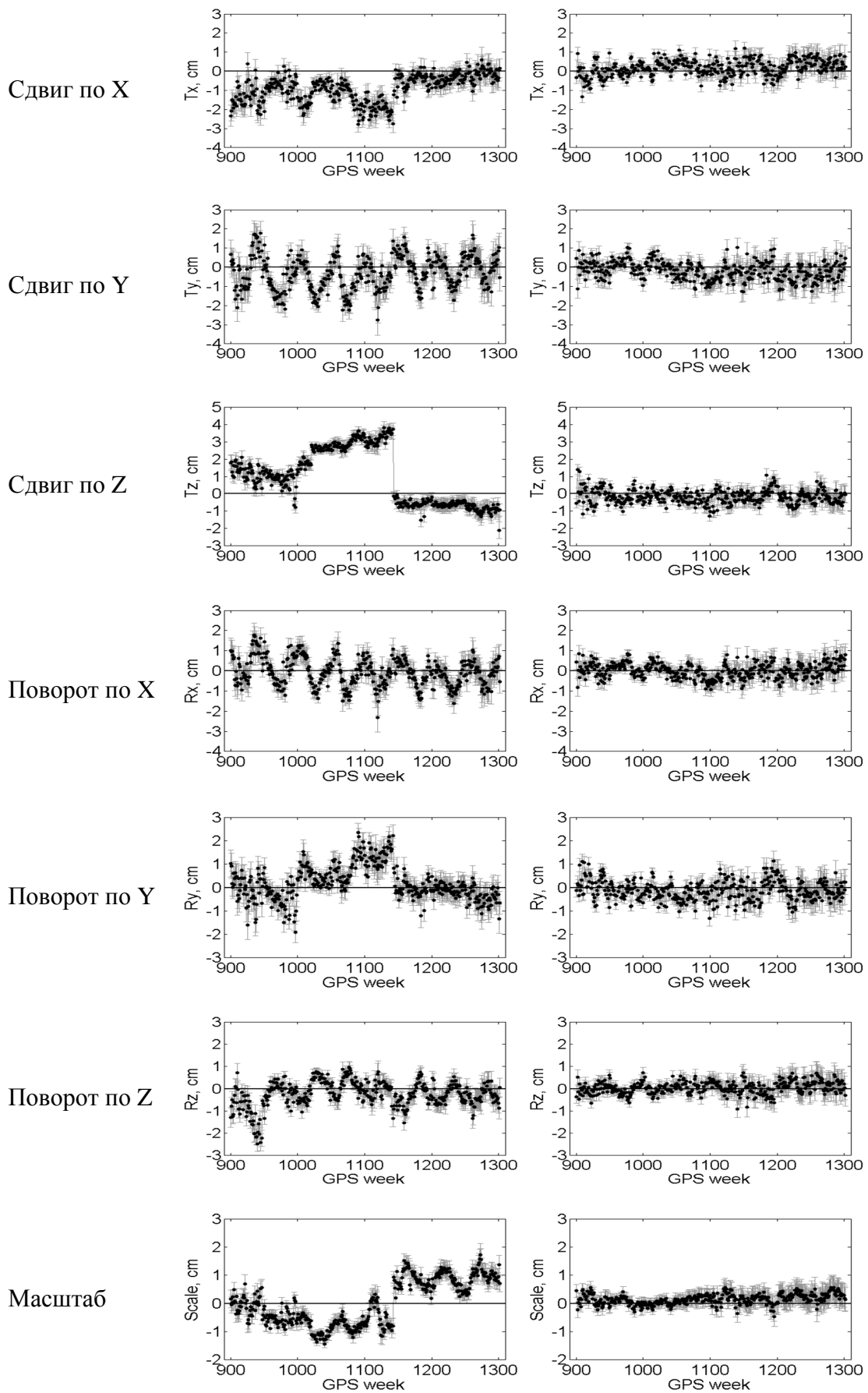


Рис 2. Ряды параметров трансформации Гельмерта от решения EUREF (слева) и нового решения (справа) к ITRF2000.

Статистика случайных ошибок для российских станций сети EUREF, мм

Станция	Е			С		
	dE	dN	dH	dE	dN	dH
MDVO	1.6	1.6	5.7	1.7	1.4	5.1
SVTL	1.4	1.6	6.2	2.5	1.5	5.0
ZECK	1.4	1.7	4.0	1.5	1.5	3.5
ZWEN	2.8	4.0	4.5	3.5	3.7	4.4

#### 4. Заключение

Получено новое комбинированное решение для координат станций европейской GPS-сети для GPS-недель 900–1355 (1997–2005). В этом решении жесткие ограничения на координаты станций были удалены, и отдельные решения центров анализа были приведены к ITRF2000 при помощи преобразования Гельмерта. Было показано, что новое комбинированное решение, полученное в данной работе, гораздо более стабильно в систематическом отношении по сравнению с официальным решением EUREF. В случайном отношении новое решение эквивалентно официальному решению EUREF. Можно сделать вывод, что новое комбинированное решение более пригодно для геодинимических исследований, чем официальное решение EUREF — единственное решение, предоставляемое Центральным бюро EPN в SINEX-формате и доступное таким образом для независимого анализа.

Полученное комбинированное недельное решение можно будет легко пересчитать с использованием ITRF2005, когда эта реализация будет доступна. Это должно заметно улучшить результаты, так как в настоящий момент только около половины EUREF станций присутствуют в ITRF2000, при этом некоторые из них с плохо определенными скоростями.

Новое недельное комбинированное решение доступно на Интернет-сайте ИПА РАН ([http://www.ipa.nw.ru/PAGE/DEPFUND/GEO/ac\\_gps/](http://www.ipa.nw.ru/PAGE/DEPFUND/GEO/ac_gps/)).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. B o u c h e r C., A l t a m i m i Z., S i l l a r d P., F e i s s e l - V e r n i e r M. The ITRF2000. IERS Technical Note No. 31. Frankfurt am Main: Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, 2004.
2. A l t a m i m i Z. Discussion on how to express a regional GPS solution in the ITRF // Symposium of the IAG subcommission for Europe (EUREF), Ponta Delgada, 5-8 June 2002, EUREF Publ. No. 12, P. 162–167.
3. K e n y e r e s A., B o s y J., B r o c k m a n n E., B r u y n i n x C. и др. EPN Special Project on Time series analysis, preliminary results and future prospects // EUREF Publication, 2002. No. 10, P. 72–75.



4. B r o c k m a n n E. Combination of solutions for geodetic and geodynamic applications of the Global Positioning System (GPS), PhD Thesis, Bern, Switzerland, 1996 (<ftp://ftp.unibe.ch/aiub/papers/ebdiss.pdf>).
5. B r u y n i n x C., C a r p e n t i e r G., R o o s b e e k F. Detection and Handling of EPN station irregularities // Proceedings of the IGS Symposium and Workshop, Bern, Switzerland, 2004.

## *Реферат*

УДК 528.063.1+551.24

**Комбинированное решение для координат станций европейской GPS-сети.** П а н а ф и д и н а Н. А., М а л к и н З. М. «Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка», 2006, № ....

Получено новое независимое комбинированное решение для координат станций европейской GPS-сети EUREF на интервале 1997–2005 гг. Для каждой GPS-недели комбинация производилась в три шага: 1. удаление априорных ограничений на координаты станций из отдельных решений центров анализа; 2. приведение полученных решений к ITRF2000; 3. получение комбинированного решения при помощи последовательного МНК. Проведено детальное исследование стабильности полученного комбинированного решения. Сравнение нового решения с официальным комбинированным решением EUREF показало его существенно лучшую систематическую стабильность без ухудшения случайных ошибок координат станций. Библ. 5