

УДК 521.92

## ЭМПИРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СВОБОДНОЙ НУТАЦИИ ЗЕМНОГО ЯДРА

© 2007 г. З. М. Малкин

Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, С.-Петербург

Поступила в редакцию 25.12.2006 г.

Свободная нутация земного ядра (FCN – Free Core Nutation) является основным фактором, ограничивающим точность моделирования движения оси вращения Земли в небесной системе координат. К настоящему времени предложено несколько моделей FCN. В работе проведен сравнительный анализ известных моделей, включая модель, предложенную автором. Показано, что применение модели FCN позволяет существенно повысить точность учета нутации. Кроме того, выделенная из наблюдаемого движения оси вращения Земли составляющая FCN является важным источником изучения формы и вращения земного ядра. Сравнение различных моделей FCN показало, что предложенная модель имеет преимущество в выделении геофизического сигнала (амплитуды и фазы FCN) из данных наблюдений.

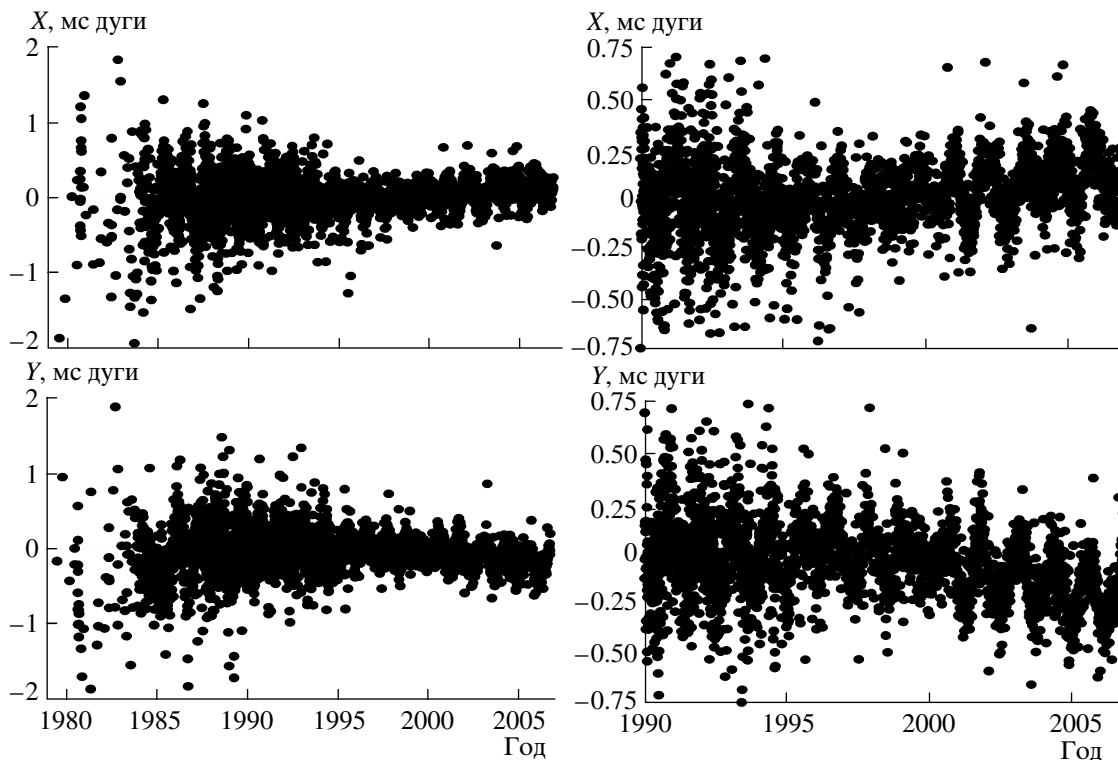
PASC: 91.10.Nj, 95.10.Jk

### ВВЕДЕНИЕ

Прецессионно-нутационное движение оси вращения Земли в пространстве, точнее в небесной или инерциальной (квазиинерциальной) системе координат, является одной из основных составляющих вращения Земли. С практической точки зрения оно учитывается при преобразовании координат и векторов земных и небесных объектов между системой координат, связанной с телом Земли, и инерциальной системой, которое необходимо при решении всех астрономических, геодезических и навигационных задач, связанных с наблюдениями небесных тел с поверхности Земли и наблюдениями земных объектов из космоса. Движение оси вращения Земли в пространстве описывается теорией прецессии и нутации, точность которой в настоящее время (модель IAU2000A, рекомендованная Международным астрономическим союзом) достигает 0.1 мс дуги (mas). Однако сравнение этой теории с РСДБ-наблюдениями (радиоинтерферометрия со сверхдлинными базами) показывает наличие периодических составляющих с амплитудами, достигающими величин порядка 0.3 mas. Основной из них является свободная нутация жидкого ядра Земли (FCN – Free Core Nutation) с номинальным периодом около 430 средних суток. На рис. 1 показаны разности между наблюдаемыми координатами небесного полюса  $X$  и  $Y$  и положением полюса, определенным по теории нутации IAU2000A по данным Международной службы РСДБ для геодезии и астрометрии IVS (Schlueter и др., 2002). Эта составляющая вращения Земли, в отличие от лунно-солнечных и планетных членов теории IAU2000A, носит нерегулярный характер и не может быть предсказана теоретически на достаточ-

но длительный период времени на нужном уровне точности.

Свободная нутация жидкого ядра была предсказана более столетия назад как одна из собственных вращательных мод Земли, имеющей эллипсоидальную твердую оболочку и эллипсоидальное жидкое ядро. Частота свободной нутации ядра является фундаментальной величиной, входящей в уравнение передаточной функции, связывающей амплитуду нутационных колебаний абсолютно твердой и реальной Земли. Период и амплитуда FCN зависят от ряда параметров внутреннего строения Земли таких, как структура и динамическое сжатие ядра, его моменты инерции, дифференциальное вращение ядра и мантии, а также динамическое взаимодействие оболочек Земли и их реологические характеристики (Dehant, Mathews, 2003; Brzeziński, 1996; 2005; Krasinsky, 2006). Однако наши знания обо всех этих факторах пока недостаточно полны для того, чтобы построить модель FCN с достаточной точностью. Поэтому наблюдательные данные и построенные на их основе эмпирические модели дают важную информацию для уточнения параметров теоретических моделей, что делает актуальным дальнейшее уточнение моделей FCN. Так, например, теория нутации IAU1980, разработанная до начала регулярных РСДБ-наблюдений, использовала гидростатически равновесную модель жидкого ядра, дающую период FCN, равный 460 суток, что значительно отличается от современного значения 430 суток. С другой стороны, повышение точности эмпирических моделей позволяет повысить точность вычисления нутационного движения оси вращения Земли, что важно для многих практических приложений. Наконец, усилия по построению моделей FCN не в послед-



**Рис. 1.** Разности между наблюдаемыми координатами небесного полюса и положением, определенным по теории IAU2000A; справа – весь период наблюдений, слева – период с 1990 г.

ную очередь стимулируются потребностью в высокоточном прогнозе углов нутации, что необходимо для решения ряда прикладных задач.

Все модели FCN, рассматриваемые в настоящей работе, построены на основе анализа разностей между координатами небесного полюса, определяемыми из РСДБ-наблюдений, и координатами, определенными по теории IAU2000A. При таком подходе предполагается, что основная часть этих разностей объясняется вкладом FCN, что достаточно обосновано преобладающей величиной этой составляющей в немоделируемой теорией IAU2000A части вращательного движения Земли. В то же время резонансное влияние других членов нутации, близких по периоду к FCN, может оказать влияние на параметры FCN, определяемые из наблюдений (Brzeziński, 1996; Vondrák и др., 2005). Этот эффект необходимо принимать во внимание при геофизической интерпретации наблюдательных данных, но он может быть включен в эмпирическую модель, предназначенную для практических приложений.

В настоящей работе мы рассматриваем три наиболее известные эмпирические модели FCN (Herring и др., 2002; Malkin, 2004; Lambert, 2005, личное сообщение). Впервые проведено сравнение моделей с точки зрения представления ими наблюдаемых вариаций амплитуды и фазы FCN. Результаты сравнения показали, что модель,

предложенная автором, имеет в этом отношении преимущество. В сравнение также включен ряд FCN, полученный простым сглаживанием наблюдательных данных. Оказалось, что он обеспечивает минимальную величину остаточных невязок в наблюдениях углов нутации.

#### ЭМПИРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ FCN

Первую модель FCN, широко использовавшуюся в практике, предложил Т. Herring. Последовательные версии этой модели, отличающиеся добавлением новых наблюдательных данных, были включены в модели нутации KSV и MNB2000 (Herring и др., 2002). Вклад FCN в координаты небесного полюса по этой модели вычисляется следующим образом:

$$\begin{aligned} dX &= -A_1 \sin \varphi + A_2 \cos \varphi, \\ dY &= -A_1 \cos \varphi - A_2 \sin \varphi, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\varphi = -2\pi r(1 + f_0)t$ ,  $f_0 = -1.00231810920$  – частота FCN, которая соответствует периоду 431.39 звездных суток,  $r = 1.002737909$  – коэффициент перехода от среднего к звездному времени,  $t$  – эпоха в юлианских днях, отсчитываемая от стандартной эпохи  $t_0 = J2000.0 = 2451545$ . Исходные значения амплитуд  $A_1$  и  $A_2$  вычислены на основе анализа разностей наблюдаемых и теоретических углов

нутации на моменты времени 1979.0, 1984.0–2000.0 с интервалом 2 года, 2001.41 (последняя эпоха, после которой модель не поддерживается). Анализ проводился на шести последовательных интервалах дат для обеих составляющих нутации независимо (Herring и др., 2002). При практическом применении этой модели амплитуды линейно интерполируются на нужный момент. Далее мы будем обозначать эту модель как МНВ.

Другая модель FCN была предложена автором в 2003 г. (Malkin, 2004). Обозначим ее ZM1. В соответствии с этой моделью вклад FCN вычисляется по формулам

$$dX = A(t)\sin\Phi(t), \quad dY = A(t)\cos\Phi(t), \quad (2)$$

где  $A(t)$  – амплитуда, а  $\Phi(t)$  – фаза FCN. Переменная амплитуда FCN вычисляется по разностям между наблюдаемыми и теоретическими углами нутации:

$$A(t) = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}. \quad (3)$$

Исходные разности предварительно сглаживаются гауссовым полосовым фильтром с центральной частотой, близкой к  $f_0$ , что позволяет отсеять высокочастотные и низкочастотные составляющие, лежащие за пределами полосы частот FCN. Одновременно со сглаживанием проводится интерполяция на равноотстоящие эпохи, обычно с шагом 10 суток, что упрощает и ускоряет последующие вычисления. Можно отметить, что в работе Malkin и Terentev (2003) было проведено сравнение результатов вычислений, выполненных с исходными и сглаженными разностями, которое не показало заметных различий.

Переменная фаза  $\Phi(t)$  вычисляется следующим образом. Сначала проводится вейвлет-анализ разностей наблюдаемых и теоретических углов нутации, с помощью которого определяется изменение частоты FCN со временем  $\omega(t)$ . Далее фаза FCN находится путем интегрирования частоты:

$$\Phi(t) = \int_{t_0}^t \omega dt + \varphi_0, \quad (4)$$

где  $\varphi_0$  – начальная фаза на эпоху J2000.0. Фаза вычисляется на те же эпохи, на которые определена амплитуда. Окончательно вклад FCN вычисляется по (2). Заметим, что для вейвлет-анализа характерно наличие краевого эффекта, искажающего данные на крайних отрезках изучаемого интервала дат. Для случая FCN этот эффект был исследован Malkin и Terentev (2003) и Shirai и др. (2004). Поэтому, хотя для построения модели использованы все наблюдения за 1979–2006 гг., итоговый ряд приводится только для периода 1984.0–2005.0.

В 2004 г. S. Lambert предложил модель FCN, базирующуюся на принципах, схожих с моделью МНВ (McCarthy, 2005). Обозначим ее как SL. В отличие от модели МНВ, анализ разностей наблюдаемых и теоретических углов нутации проводится строго по двухлетним интервалам, при этом обе составляющие нутации используются одновременно так, что вклад FCN находится методом наименьших квадратов в комплексной форме:

$$dX + idY = A \exp(i\omega_0 t) + X_0 + iY_0, \quad (5)$$

где  $\omega_0$  – круговая частота FCN, соответствующая периоду – 430.23 средних суток (что равно периоду модели МНВ),  $X_0$  и  $Y_0$  – смещение. В результате получаются формулы учета FCN, аналогичные модели МНВ. В отличие от модели МНВ, модель SL постоянно поддерживается в актуальном состоянии, включая прогноз (Lambert, 2006, личное сообщение). Начало ряда приходится на 1984.0.

В модели ZM1 существенную роль играет вейвлет-анализ разностей между наблюдаемыми и модельными значениями углов нутации. В связи с этим можно сделать два замечания. С точки зрения построения модели выбор типа и параметров вейвлета, а также степень сглаживания исходных разностей являются факторами, которые могут варьироваться для получения результата, лучшим образом соответствующего имеющимся наблюдениям. Здесь мы рассматриваем вариант модели ZM1, дающий результат, близкий к моделям МНВ и SL, как показано ниже. Второе замечание касается геофизической интерпретации модели. С математической точки зрения полученное из анализа изменение фазы может быть следствием изменения периода нутационного колебания. Вообще говоря, можно говорить об изменении как периода, так и фазы, которые можно разделить только с привлечением геофизического анализа. В ряде работ, например, Hinderer и др. (2000), Zharov (2005), показано, что период FCN остается постоянным в пределах  $\pm 2$  суток. Поэтому наиболее вероятной причиной найденной зависимости являются изменения фазы, которые могут быть сопоставлены с другими геофизическими наблюдениями. Пример такого сопоставления приведен Shirai и др. (2005). Таким образом, изменения амплитуды и фазы, определенные на основе эмпирических моделей, являются наиболее интересным материалом для дальнейшей геофизической интерпретации.

## СРАВНЕНИЕ МОДЕЛЕЙ

Сравнение описанных выше моделей FCN было проведено по двум критериям. В первом тесте модели сравнивались по уменьшению остаточных невязок в наблюдениях углов нутации. Во втором

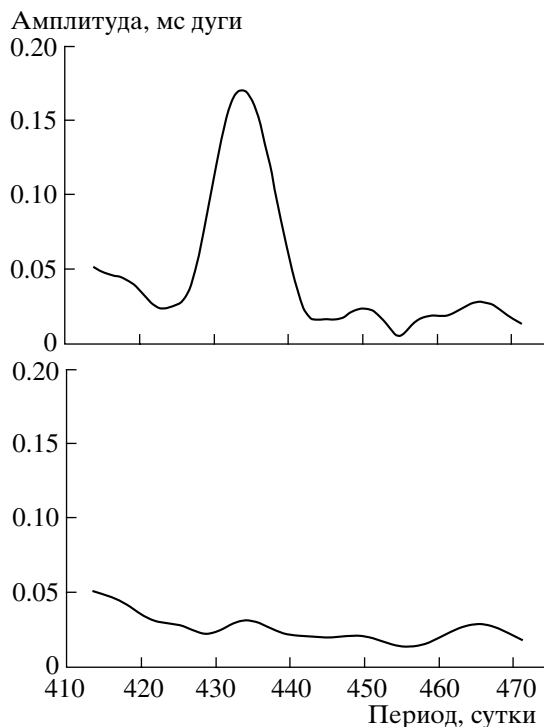


Рис. 2. Спектр остаточных невязок до (вверху) и после (внизу) применения модели FCN.

тесте сравнивалось качество представления изменений амплитуды и фазы FCN со временем.

Для полноты мы также включили в это сравнение ряд FCN, который получен простым сглаживанием наблюдаемых разностей между наблюдаемыми и модельными углами нутации. Фактически, это ряд (обозначим его ZM2), получаемый на первом этапе построения модели ZM1. Хотя он не является моделью в полном смысле слова, он является хорошим дополнением к модели нутации IAU2000A и позволяет существенно повысить точность учета нутации при взаимном преобразовании земной и небесной систем координат. Он также легко прогнозируется как вперед, так и назад, что позволяет применять его для оперативных и прогнозных работ, а также для обработки старых наблюдений. В настоящее время этот ряд вычислен для периода с 1976 по 2008 гг. и регулярно обновляется.

Уменьшение остаточных невязок наблюдений при использовании моделей FCN проверялось на примере их спектра, а также вычислением их среднеквадратического значения. На рис. 2 показан спектр остаточных невязок до и после применения модели ZM1. Из рисунка видно, что после применения модели FCN в остаточных невязках практически исчезает спектральный пик, соответствующий частоте этого нутационного колебания. Аналогичный результат получается с остальными моделями FCN, описанными в настоящей работе.

Численные данные об уменьшении остаточных невязок после применения различных моделей FCN приведены в таблице, где содержатся значения взвешенных среднеквадратических разностей между величинами углов нутации, определенными из РСДБ-наблюдений (сводный ряд IVS) и исправленными за модель FCN, и моделью IAU2000A. В первой строке таблицы приведены данные для всех сессий с января 1984 г. по июнь 2001 г., т.е. для максимального интервала дат, на котором определены все сравниваемые модели. Во второй строке приведены данные за 2003–2004 гг., т.е. последние два года, на которых определены модели ZM1, SL и ZM2. Значения среднеквадратических разностей вычислены в двух вариантах: “как есть” и после удаления постоянного сдвига. Для всего интервала наблюдений разница между этими вариантами практически отсутствует, но для последних двух лет она достаточно велика. Это объясняется тем, что в последние годы разности между наблюдаемыми и модельными значениями углов нутации показывают заметный тренд, что ясно видно на рис. 1. Возможно, этот тренд исчезнет после введения в практику обработки наблюдений новой модели прецессии P03, рекомендованной последним съездом Международного астрономического союза в августе 2006 г.

Из данных таблицы видно, что наличие тренда сказывается на величине остаточных разностей для моделей MNB, ZM1 и SL, в которых тренд удаляется при построении. В то же время для модели ZM2 тренд практически не влияет на величину остаточных разностей, что является следствием того, что при построении этого ряда FCN тренд не удаляется. Отсюда можно сделать важный вывод об области оптимального применения различных

Среднеквадратические значения остаточных разностей, мкс дуги

Интервал дат	Без учета сдвига					С учетом сдвига				
	Модель FCN					Модель FCN				
	Нет	MNB	ZM1	SL	ZM2	Нет	MNB	ZM1	SL	ZM2
1984–2001	184	155	156	155	143	184	155	156	155	143
2003–2004	156	–	143	141	89	130	–	100	102	88

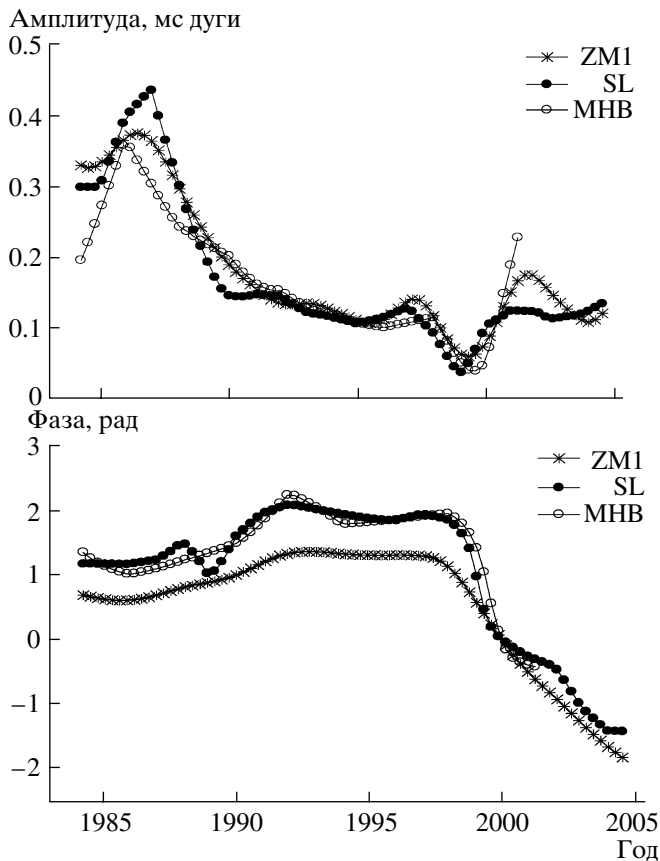


Рис. 3. Изменение амплитуды и фазы (с исключенным линейным трендом) FCN для разных моделей нутации.

моделей. Первые три модели наилучшим образом подходят для геофизической интерпретации наблюдаемых данных о свободной нутации жидкого ядра, в то время как ряд ZM2 обеспечивает наиболее точный результат при практических вычислениях, связанных с преобразованием систем координат.

Теперь сравним модели MNB, ZM1 и SL с точки зрения представления наиболее интересных геофизических данных – изменений амплитуды и фазы FCN. Для любой модели FCN, заданной в виде рядов приращений координат небесного полюса  $X$  и  $Y$ , амплитуда FCN может быть вычислена по (3), а фаза как  $\arctg(X/Y)$ . Результаты вычислений приведены на рис. 3. Приведенные данные показывают, что все модели показывают схожие вариации амплитуды и фазы FCN, однако для модели ZM1 эти вариации носят более плавный характер, что, по-видимому, лучше соответствует реальным изменениям во вращении Земли. Из принципов построения моделей FCN можно видеть, что модель ZM1 обеспечивает практически непрерывное во времени определение параметров FCN с любым наперед заданным шагом, в отличие от предыдущих, в рамках которых эти па-

раметры определяются с интервалом порядка 2 лет, что приводит к скачкам в параметрах FCN, хорошо видимым на рис. 3 для моделей MNB и SL.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе проведено сравнение нескольких моделей свободной нутации ядра Земли. Показано, что применение модели FCN позволяет существенно повысить точность учета нутации. Сравнение различных моделей FCN показало, что предложенная автором модель ZM1 имеет преимущество в выделении геофизического сигнала (амплитуды и фазы FCN) из данных наблюдений, а ряд ZM2 обеспечивает наилучший учет вклада FCN при решении практических задач, связанных с преобразованием систем координат.

В этой работе мы рассматривали эмпирические модели FCN, не касаясь их физического содержания. Многие авторы ведут исследования физических моделей FCN и источников ее возбуждения на основе имеющихся знаний о строении Земли и взаимодействии ее внешних и внутренних оболочек (Mathews, Shapiro, 1996; Brzeziński, Petrov, 1999; Shirai, Fukushima, 2001a; 2001b; Herring и др., 2002; Dehant, Mathews, 2003; Zharov, 2005; Krasinsky, 2006), однако анализ этих моделей выходит за рамки целей настоящей работы.

Следует также отметить, что здесь мы рассматривали только основную моду вращательного движения Земли, соответствующую свободной нутации земного ядра с номинальным периодом около 430 суток. В то же время в ряде работ было уверенно выделено второе, близкое по частоте колебание с периодом около 410–420 суток (Malkin, Terentev, 2003; Schmidt и др., 2005), которое также находит свое физическое объяснение в более сложной, двухслойной модели жидкого ядра (Krasinsky, 2006; Krasinsky, Vasilyev, 2006). Если наличие колебания с близкой частотой действительно реально, оно войдет во все эмпирические модели, основанные на аппроксимации наблюдаемых разностей углов нутации с официальной моделью. В то же время исследование двухкомпонентной модели FCN является одним из наиболее интересных направлений дальнейших исследований, которое может позволить построить модель, более приближенную к физическим свойствам Земли, а также повысить точность прогноза.

В заключение отметим, что модели ZM1 и ZM2 доступны для пользователей на Интернет-сайте ГАО РАН ([http://www.gao.spb.ru/english/as/ac\\_vlbi/](http://www.gao.spb.ru/english/as/ac_vlbi/)).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Brzeziński A. The free core nutation resonance in Earth rotation: Observability and modelling // Тр. конф. “Современные проблемы и методы астрометрии и геодезии”. С.-Петербург. 1996. С. 328–335.

- Brzeziński A., Petrov S.* Observational evidence of the free core nutation and its geophysical excitation // Proc. Journées Systèmes de Référence Spatio-temporels 1998. Paris. 1999. P. 169–174.
- Brzeziński A.* Chandler wobble and free core nutation: Observation, modeling and geophysical interpretation // Artificial Satellites – Journal of Planetary Geodesy. 2005. V. 40. P. 21–33
- Dehant V., Mathews P.M.* Information about the core from Earth nutation // The Earth's Core: Dynamics, Structure, Rotation. AGU Geodynamics Series. 2003. V. 31. DOI: 10.1029/031GD18
- Herring T.A., Mathews P.M., Buffet B.A.* Modelling of nutation-precession: Very long baseline interferometry results // J. Geophys. Res. 2002. V. 107. DOI:10.1029/2001JB000165.
- Hinderer J., Boy J.P., Gegout P., et al.* Are the free core nutation parameters variable in time? // Phys. Earth and Planet. Int. 2000. V. 117. P. 37–49.
- Krasinsky G.A.* Numerical theory of rotation of the deformable Earth with the two-layer fluid core. Pt. 1: Mathematical model // Celest. Mech. Dynamic. Astron. 2006. V. 96. P. 169–217.
- Krasinsky G.A., Vasilyev M.V.* Numerical theory of rotation of the deformable Earth with the two-layer fluid core. Pt. 2: Fitting to VLBI data // Celest. Mech. Dynamic. Astron. 2006. V. 96. P. 219–237.
- Malkin Z., Terentev D.* Investigation of the parameters of the free core nutation from VLBI data // Comm. Inst. Appl. Astron. RAS. 2003. № 149. 24 c.
- Malkin Z.M.* Comparison of VLBI nutation series with the IAU2000A model // Proc. Journées Systèmes de Référence Spatio-temporels 2003. St. Petersburg. 2004. P. 24–31.
- Mathews P.M., Shapiro I.I.* Recent advances in nutation studies // Proc. Journées Systèmes de Référence Spatio-temporels 1995. Warsaw. 1996. P. 61–66.
- McCarthy D.D.* The free core nutation // Proc. Journées Systèmes de Référence Spatio-temporels 2004. Paris. 2005. P. 101–105.
- Schlueter W., Himwich E., Nothnagel A., et al.* IVS and its important role in the maintenance of the global reference systems // Adv. Space Res. 2002. V. 30. P. 145–150.
- Shirai T., Fukushima T.* Did huge earthquake excite free core nutation? // J. Geodetic Soc. Japan. 2001a. V. 47. P. 198–203.
- Shirai T., Fukushima T.* Detection of excitations of free core nutation of the Earth and their concurrence with huge earthquakes // Geophys. Res. Lett. 2001b. V. 28. P. 3553–3556.
- Shirai T., Fukushima T., Malkin Z.* Detection of phase jumps of free core nutation of the Earth and their concurrence with geomagnetic jerks // arXiv:physics/0408026. 2004. 8 p.
- Shirai T., Fukushima T., Malkin Z.* Detection of phase disturbances of free core nutation of the Earth and their concurrence with geomagnetic jerks // Earth Planets Space. 2005 V. 57. p. 151–155.
- Schmidt M., Tesmer V., Schuh H.* Wavelet analysis of VLBI nutation series w.r.t. FCN // EGU General Assembly 2005. Geophysical Research Abstracts. 2005. V. 7. 04555.
- Vondrák J., Weber R., Ron C.* Free core nutation: Direct observations and resonance effects // Astron. and Astrophys. 2005. V. 444. P. 297–303.
- Zharov V.E.* Model of the free core nutation for improvement of the Earth nutation // Proc. Journées Systèmes de Référence Spatio-temporels 2004. Paris. 2005. P. 106–109.

## Empiric Models of the Earth's Free-Core Nutation

Z. M. Malkin

*Central Astronomical Observatory at Pulkovo, Russian Academy of Sciences, Pulkovskoe shosse 65/1,  
St. Petersburg, 196140 Russia*

**Abstract**—Free-core nutation (FCN) is the main factor that limits the accuracy of the modeling of the motion of Earth's rotational axis in the celestial coordinate system. Several FCN models have been proposed. A comparative analysis is made of the known models including the model proposed by the author. The use of the FCN model is shown to substantially increase the accuracy of the modeling of Earth's rotation. Furthermore, the FCN component extracted from the observed motion of Earth's rotational axis is an important source for the study of the shape and rotation of the Earth's core. A comparison of different FCN models has shown that the proposed model is better than other models if used to extract the geophysical signal (the amplitude and phase of FCN) from observational data.