

## О ВЛИЯНИИ УЧЕТА КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ИНФОРМАЦИИ НА ПАРАМЕТРЫ ВЗАИМНОЙ ОРИЕНТАЦИИ НЕБЕСНЫХ СИСТЕМ ОТСЧЕТА

Ю. Р. Соколова<sup>1</sup>, З. М. Малкин<sup>2</sup>

1. Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, С.-Петербург, мл. научн. сотр., julia.rs07@hotmail.com

2. С.-Петербургский государственный университет, Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, С.-Петербург, д-р физ.-мат. наук, ст. научн. сотр., malkin@gao.spb.ru

**1. Введение.** С 1998 г. по решению Международного астрономического союза (МАС) небесная система координат ICRS реализуется каталогом координат внегалактических радиоисточников ICRF (International Celestial Reference Frame), полученным в результате обработки наблюдений методом радиоинтерферометрии со сверхдлинными базами (РСДБ), который сменил оптический фундаментальный каталог FK5 [1]. Иными словами, ICRF представляет собой небесную систему отсчета, практически реализующую систему координат ICRS.

Кроме этого, в различных центрах обработки РСДБ-наблюдений создаются собственные (индивидуальные) каталоги координат радиоисточников. Каждый из них является, вообще говоря, своей собственной небесной системой отсчета. Поэтому встает вопрос о сравнении этих каталогов. При этом основной интерес вызывает определение взаимной ориентации индивидуальных систем отсчета, которая задается тремя углами поворотов  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_3$  вокруг осей декартовой системы координат. При этом для преобразования координат вектора  $(X, Y, Z)$  из одной системы отсчета в другую мы можем записать (для малых углов поворота, которые для современных каталогов координат радиоисточников не превышают долей миллисекунды дуги)

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & A_3 & -A_2 \\ -A_3 & 1 & A_1 \\ A_2 & -A_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Учитывая, что

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \delta \\ \sin \alpha \cos \delta \\ \sin \delta \end{pmatrix}, \quad (2)$$

и переходя к разностям координат радиоисточника в двух каталогах  $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2$  и  $\Delta\delta = \delta_1 - \delta_2$ , получаем окончательные уравнения:

$$\begin{aligned} \Delta\alpha \cos \delta &= A_1 \cos \alpha \sin \delta + A_2 \sin \alpha \sin \delta - A_3 \cos \delta, \\ \Delta\delta &= -A_1 \sin \alpha + A_2 \cos \alpha. \end{aligned} \quad (3)$$

Набор таких уравнений для всех или избранных общих источников в двух каталогах решается методом наименьших квадратов (МНК) для определения углов

взаимной ориентации  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_3$  двух систем отсчета, задаваемых сравниваемыми каталогами.

С 1980-х годов до принятия системы ICRF этот метод применялся в Международной службе вращения Земли (IERS, International Earth Rotation Service, сейчас International Earth Rotation and Reference Systems Service) для сравнения каталогов и построения сводной системы [2]. Со временем стало ясно, что систематические ошибки между РСДБ-каталогами носят существенно более сложный характер [3], однако определение взаимного вращения между системами координат, задаваемыми различными каталогами радиоисточников, играет фундаментальную роль при создании международной опорной небесной системы координат ICRF.

Достаточно вспомнить методику создания системы ICRF [4] и ее второй версии ICRF2 [5]. В обоих случаях окончательный каталог был получен в два этапа. На первом вычислялся каталог координат радиоисточников в промежуточной системе в отношении ориентации (оба раза такой каталог вычислялся в Центре космических полетов НАСА им. Годдарда, США). На втором этапе этот каталог приводился в систему ICRS путем его вращения с помощью значений углов поворота  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_3$ , вычисленных по специально отобранному определяющим (*defining*) источникам. В случае ICRF окончательный каталог был получен в системе каталога IERS95 с использованием 133 общих источников. Каталог ICRF2 был приведен в систему ICRF с использованием 138 общих источников.

Традиционно при решении системы (3) принимались во внимание только ошибки координат источников. Корреляции между ними не учитывались, хотя они могут быть велики, особенно в случае малого числа наблюдений на ограниченной сети станций. Однако недавно в [6] было показано, что учет этих корреляций оказывает существенное влияние на определяемые углы взаимной ориентации систем отсчета, задаваемых сравниваемыми каталогами. При этом авторами исследовалось влияние учета полной корреляционной матрицы каталога. К сожалению, каталоги, использовавшиеся в работе [6], отсутствуют в открытом доступе, и другие официальные версии каталогов с полной корреляционной матрицей в базе данных Международной службы РСДБ для геодезии и астрометрии (IVS) также отсутствуют.

Регулярно публикуемые в базе IVS\* каталоги приводятся в сходных форматах ICRF или IERS (который легко конвертируется в формат ICRF) и содержат кроме ошибок координат источников корреляции между прямым восхождением и склонением (RA/DE) для каждого источника, координаты которого определялись из глобального решения, из совместной обработки всех наблюдений (координаты некоторых источников, обладающих заметными и обычно нерегулярными видимыми движениями, выводятся из наблюдений отдельных 24-часовых сессий наблюдений; такие источники в настоящей работе не использовались). Поэтому мы можем включить в обработку не только диагональную ковариационную матрицу (т.е. только ошибки координат), но также двухдиагональную. Исследование этого случая представляет интерес по двум причинам. Во-первых, для анализа доступно большое число каталогов. Во-вторых, этот вариант не исследовался в [6], и представляется важным изучить его как промежуточный между учетом только диагональной и полной матрицы. Кроме этих каталогов, официально представленных в IVS, в процессе выполнения этой работы по нашей просьбе Хана Красна (Венский технический университет) и Дэн МакМиллан (Годдардский центр НАСА) предоставили нам версии их каталогов в формате

---

\* <ftp://ivs.bkg.bund.de/pub/vlbi/ivsproducts/crf/>

SINEX, который содержит полную ковариационную матрицу каталога. Таким образом, у нас появилась возможность провести более детальное исследование влияние учета корреляционной информации на определение углов взаимной ориентации между каталогами радиоисточников, результаты которого представлены в настоящей работе.

**2. Сравнение методов учета корреляций.** Тестовые вычисления были проведены с девятью индивидуальными каталогами, полученными в восьми центрах анализа РСДБ-наблюдений: AUS (Центр наук о Земле, Австралия), ВКГ (Государственное агентство по картографии и геодезии, Германия), CGS (Центр космической геодезии, Италия), GSF (Центр космических полетов им. Годдарда НАСА, США), OPA (Парижская обсерватория, Франция), IGG (Венский технический университет, Австрия), SHA (Шанхайская обсерватория, КНР), USN (Морская обсерватория США). В последнем каталоге мы использовали только координаты источников, полученные в глобальном решении. Источники, координаты которых оценивались по отдельным сессиям, в обработку не включались.

Список использованных индивидуальных каталогов приведен в табл. 1. Первые три буквы названия каталога обозначают центр анализа, далее указан год получения каталога и номер каталога в данном году. Каталоги AUS, ВКГ, CGS, OPA, GSF2012 были взяты из баз данных IVS или Интернет-ресурсов центров анализа, каталоги GSF2011, IGG и USN были любезно предоставлены авторами. В таблице также указаны программное обеспечение, посредством которого вычислен каталог, интервал использованных наблюдений и число общих источников между каталогом и ICRF2 (без учета источников VCS). Каталог ICRF2 [5] использовался нами как основной каталог сравнения в большинстве тестов. К сожалению, он доступен только в формате ICRF.

Таблица 1.

Каталог	Программное обеспечение	Период наблюдений	Количество источников	Формат каталога
aus2012b	Occam	1980–2012	2892	ICRF
bkg2011a	Calc/Solve	1984–2011	3214	ICRF
cgs2012a	Calc/Solve	1980–2011	842	ICRF
gsf2011a	Calc/Solve	1979–2011	1340	SINEX
gsf2012a	Calc/Solve	1979–2012	3708	ICRF
igg2012b	VieVS	1984–2012	860	SINEX
opa2012a	Calc/Solve	1979–2012	3482	ICRF
sha2012b	Calc/Solve	1979–2012	3470	ICRF
usn2012a	Calc/Solve	1979–2012	793	ICRF

Для каждого каталога были вычислены углы взаимного поворота между данным каталогом и ICRF2 с применением трех способов учета корреляций между координатами источников: использование нулевых корреляций (диагональная корреляционная матрица), использование RA/DE корреляций (двухдиагональная корреляционная матрица) и использование полной корреляционной матрицы. При этом решается следующая задача МНК:

$$\mathbf{B}\mathbf{x} + \varepsilon = \mathbf{1}, \quad (4)$$

где  $\mathbf{B}$  — матрица коэффициентов условных уравнений (3) размерностью  $2n \times 3$ ,  $\mathbf{x}' = (A_1, A_2, A_3)$ ,  $\varepsilon$  — вектор ошибок длиной  $2n$ ,  $\mathbf{1}' = (\Delta\alpha_1 \cos \delta_1, \Delta\delta_1, \dots, \Delta\alpha_n \cos \delta_n, \Delta\delta_n)$  —

вектор правых частей длиной  $2n$ ,  $n$  — число общих источников в двух каталогах, штрихами обозначены транспонированные матрицы.

Кроме того, мы имеем ковариационную матрицу разности каталогов:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_2, \quad (5)$$

где  $\mathbf{Q}_1$  и  $\mathbf{Q}_2$  — подматрицы размерностью  $2n \times 2n$  ковариационных матриц двух каталогов, соответствующие общим источникам. Каждая из них может быть диагональной, если учитываются только ошибки координат (корреляции между ними полагаются нулевыми), двухдиагональной, при учете только корреляций RA/DE, или полной. Строго говоря, равенство (5) справедливо, если каталоги являются независимыми. Однако определение корреляций между координатами источников в различных каталогах задача нетривиальная и пока не имеет удовлетворительного решения. Возможный новый подход к этой проблеме обсуждался в [7], но до окончательных выводов еще далеко.

Окончательно, решение задачи дается известным выражением

$$\mathbf{x} = (\mathbf{B}'\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}'\mathbf{Q}^{-1}. \quad (6)$$

Для шести каталогов, доступных только в формате ICRF, можно провести сравнение только первых двух вариантов, т. е. игнорирование корреляций и использование RA/DE корреляций для обоих сравниваемых каталогов. Результаты вычислений приведены в табл. 2. Здесь приводятся параметры ориентации между индивидуальными системами отсчета и ICRF2 без учета корреляций (первая строка) и с учетом корреляций RA/DE для обоих каталогов (вторая строка), мксд. Под именами каталогов приведено число общих источников в сравниваемых каталогах.

Таблица 2.

Каталог	A1	A2	A3
aus2012b	$-26.5 \pm 4.5$	$2.1 \pm 4.6$	$1.7 \pm 4.0$
936	$-26.5 \pm 4.5$	$2.3 \pm 4.5$	$2.5 \pm 3.9$
bkg2011a	$25.6 \pm 3.1$	$17.0 \pm 3.1$	$-10.5 \pm 2.7$
936	$25.5 \pm 3.0$	$17.1 \pm 3.1$	$-12.9 \pm 2.6$
cgs2012a	$11.9 \pm 3.5$	$-1.1 \pm 3.5$	$-13.0 \pm 3.1$
795	$12.0 \pm 3.5$	$-0.2 \pm 5.5$	$-18.2 \pm 3.0$
gsf2012a	$-0.9 \pm 2.3$	$6.0 \pm 2.3$	$-4.9 \pm 2.0$
936	$-1.0 \pm 2.3$	$5.8 \pm 2.3$	$-3.7 \pm 2.0$
opa2012a	$-4.7 \pm 2.1$	$10.8 \pm 2.1$	$-10.0 \pm 1.8$
936	$-5.0 \pm 2.1$	$10.9 \pm 2.1$	$-10.5 \pm 1.8$
sha2012b	$-4.4 \pm 2.2$	$2.3 \pm 2.2$	$-5.2 \pm 1.9$
936	$-4.4 \pm 2.1$	$2.4 \pm 2.2$	$-5.1 \pm 1.9$
usn2012a	$-2.5 \pm 2.6$	$10.5 \pm 2.6$	$-6.5 \pm 2.3$
780	$-2.9 \pm 2.6$	$10.7 \pm 2.6$	$-5.6 \pm 2.3$

При сравнении каталогов gsf2011a и igg2012b с ICRF2 возможно применение трех способов учета корреляций: нулевые корреляции, RA/DE корреляции для обоих каталогов, а также использование полной корреляционной матрицы для индивидуальных каталогов и RA/DE корреляций для ICRF2. Результаты приведены в табл. 3. Здесь приводятся параметры ориентации между индивидуальными системами отсчета и ICRF2 без учета корреляций (первая строка) с учетом корреляций RA/DE для обоих каталогов (вторая строка) и с учетом полной корреляционной матрицы для индивидуальных каталогов и двухдиагональной матрицы для ICRF2 (третья строка), мксд.

Таблица 3.

Каталог	A1	A2	A3
gsf2011a	$-9.2 \pm 2.3$	$3.5 \pm 2.3$	$2.2 \pm 2.0$
1171	$-9.3 \pm 2.3$	$3.7 \pm 2.3$	$2.0 \pm 1.9$
	$-4.4 \pm 3.1$	$2.8 \pm 3.1$	$0.3 \pm 2.3$
igg2012b	$13.3 \pm 3.0$	$11.3 \pm 3.0$	$-1.1 \pm 2.4$
856	$13.2 \pm 3.0$	$11.5 \pm 3.0$	$-0.8 \pm 2.3$
	$2.6 \pm 4.1$	$7.0 \pm 4.3$	$-0.9 \pm 2.4$

Под именами каталогов приведено число общих источников в сравниваемых каталогах.

Наконец, при сравнении каталогов gsf2011a и igg2012b возможно применение полных корреляционных матриц для обоих каталогов. Результаты этого теста, наряду с первыми двумя вариантами учета корреляций, приведены в табл. 4. Здесь приводятся параметры ориентации между индивидуальными системами отсчета без учета корреляций (первая строка) с учетом корреляций RA/DE для обоих каталогов (вторая строка) и с учетом полных корреляционных матриц для обоих каталогов (третья строка), мксд. Под именами каталогов приведено число общих источников в сравниваемых каталогах.

Таблица 4.

Каталоги	A1	A2	A3
gsf2011a	$-24.0 \pm 2.1$	$-5.4 \pm 2.2$	$6.0 \pm 1.1$
igg2012b	$-23.9 \pm 2.1$	$-5.2 \pm 2.2$	$5.7 \pm 1.1$
854	$-0.6 \pm 2.5$	$3.4 \pm 3.5$	$0.7 \pm 1.2$

**3. Выводы.** В работе приведены результаты оценки влияния учета корреляций между координатами радиосточников на вычисляемые параметры взаимной ориентации (углы поворота вокруг осей соответствующей декартовой системы координат) небесных систем отсчета, задаваемых каталогами координат радиосточников. Полученные результаты показали, что разница в углах поворота, полученных с учетом и без учета корреляций между прямым восхождением и склонением (RA/DE), может доходить до нескольких мксд, хотя и находится практически во всех случаях на уровне меньше  $1 \sigma$ , т. е. не является статистически значимой. В то же время, использование полных корреляционных матриц оказывает существенное влияние на результаты — разница в полученных значениях углов поворота может превышать  $20 \mu\text{ас}$  (табл. 4), что независимо подтверждает результаты [6], полученные на материале других каталогов.

Таким образом, представляется важным учитывать полную корреляционную информацию при сравнении каталогов положений радиосточников. Разумеется, это возможно только в том случае, если все каталоги будут публиковаться с полной ковариационной матрицей.

Можно также ожидать, что учет полной корреляционной информации окажется существенным не только при определении взаимной ориентации систем отсчета, но и при разложении разностей координат в каталогах по ортогональным функциям. Такое исследование предполагается сделать в дальнейшем.

Полученные выводы могут представлять интерес и для определения взаимной ориентации других систем отсчета, задаваемых каталогами положений небесных или земных объектов.

Авторы выражают благодарность проф. В. В. Витязеву за ценные замечания по первому варианту рукописи, учет которых способствовал значительному улучшению статьи.

### Литература

1. *Feissel M., Mignard F.* The adoption of ICRS on 1 January 1998: meaning and consequences // *Astron. Astrophys.* 1998. Vol. 331. P. L33–L36.
2. *Arias E. F., Lestrade J.-F., Feissel M.* Comparison of VLBI celestial reference frames // *Astron. Astrophys.* 1988. Vol. 199. P. 357–363.
3. *Sokolova Ju., Malkin Z.* On comparison and combination of catalogues of radio source positions // *Astron. Astrophys.* 2007. Vol. 474. P. 665–670.
4. *Ma C., Arias E. F., Eubanks T. M., et al.* The International Celestial Reference Frame as Realized by Very Long Baseline Interferometry // *Astron J.* 1998. Vol. 116. P. 516–546.
5. *Ma C., Arias E. F., Bianco G., et al.* The Second Realization of the International Celestial Reference Frame by Very Long Baseline Interferometry // *IERS Technical Note No. 35* / eds. A. L. Fey, D. Gordon, C. S. Jacobs. Frankfurt am Main: Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie. 2009.
6. *Jacobs C. S., Heftin M. B., Lanyi G. E., et al.* Rotational Alignment Altered by Source Position Correlations // *IVS 2010 General Meeting Proc* / eds. D. Behrend, K. D. Baver. NASA/CP-2010-215864. 2010. P. 305–309.
7. *Malkin Z.* A new approach to the assessment of stochastic errors of radio source position catalogues // *Astron. Astrophys.* 2013. Vol. 558. A29.

Статья поступила в редакцию 27 июня 2013 г.